9. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Henning Maier, Gernot Fabeck

28.6.2010

Aufgabe 1. Für ein $M/M/1$-System im Gleichgewicht mit Auslastung ρ berechne man, welche Warteschlangenlänge k höchstens mit Wahrscheinlichkeit α überschritten wird. Bestimmen Sie k für folgende Werte:

$\alpha \setminus \rho$	0.2	0.5	0.9	0.95	0.99
0.1					
0.01					

Aufgabe 2. Der Betreiber einer Suchmaschine hat zwei Arten von Kunden, zahlende Premium-Kunden und nicht zahlende Standard-Kunden. Alle Anfragen werden über einen zentralen Server abgewickelt, der eine Warteschlangenkapazität K besitzt. Die Ankünfte der Anfragen von Premium-Kunden und Standard-Kunden seien jeweils durch Poisson-Prozesse mit Intensitäten $\lambda_1 > 0$ bzw. $\lambda_2 > 0$ beschreibbar. Die Bearbeitungszeit jeder Anfrage sei durch eine Exponentialverteilung mit Parameter $\mu > 0$ gegeben und Anfragen werden in der Reihenfolge ihrer Ankunft nacheinander abgearbeitet.

a) Welches Modell beschreibt das obige System und mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Warteschlange voll, wenn eine neue Anfrage ankommt, so dass diese nicht bearbeitet werden kann?

b) Um die zahlenden Premium-Kunden zu bevorzugen sollen neue Anfragen von nicht zahlenden Standard-Kunden nur in die Warteschlange aufgenommen werden, wenn sich in dieser insgesamt weniger als $k_1 < k$ Anfragen befinden. Modellieren Sie dieses System durch einen GTP. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Anfragen von Standard- bzw. Premium-Kunden abgelehnt werden.

Aufgabe 3. Mit $\lambda_1, \lambda_2, \mu > 0$ und $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$ gilt für die Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit

$$\mathrm{B}\left(s_1 + s_2, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}\right) \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_1, \frac{\lambda_1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_2, \frac{\lambda_2}{\mu}\right).$$

Interpretieren Sie diese Formel im Kontext des folgenden Beispiels:

Computer können sich entweder per WLAN oder per Kabel mit einem Netzwerk verbinden. Neue Rechner kommen im WLAN als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_1 > 0$ und im kabelgebundenen Teil als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_2 > 0$ an. Unabhängig von der Zugangsart bestehen Verbindungen eine $\mathrm{Exp}(\mu)$-verteilte Zeit lang, $\mu > 0$. Für alle Rechner stehen N IP-Adressen zur Verfügung, die per DHCP verteilt werden. Ein Rechner kann über das Netzwerk nur kommunizieren, wenn noch eine IP-Adresse frei ist. Bei der Konfiguration des DHCP-Servers kann entweder

(i) ein einzelner Bereich mit N Adressen eingerichtet werden, aus dem alle Rechner die IP-Adressen erhalten, oder

(ii) es können getrennte Bereiche mit n_1 Adressen für das WLAN und n_2 Adressen für den kabelgebundenen Bereich eingerichtet werden, wobei $n_1 + n_2 = N$.

Was ist aus Sicht der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit besser?
Welche Einzel- und Gesamtblockierwahrscheinlichkeiten erhält man für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten, wenn $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ gilt?