# 8. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz

20.6.2011

**Aufgabe 1.** Zeigen Sie: Sind die Zufallsvariablen $X_1, \dots, X_k$ stochastisch unabhängig exponentialverteilt mit den Parametern $\lambda_1, \dots, \lambda_k > 0$ (also $X_i \sim \mathrm{Exp}(\lambda_i), 1 \leq i \leq k$), dann ist das Minimum $Y = \min\{X_1, \dots, X_k\}$ ebenfalls exponentialverteilt mit dem Parameter $\lambda_1 + \cdots + \lambda_k$.

**Aufgabe 2.** Mit $\lambda_1, \lambda_2, \mu > 0$ und $s_1, s_2 \in \mathbb{N}$ gilt für die Erlang-Blockierwahrscheinlichkeit

$$\mathrm{B}\left(s_1 + s_2, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\mu}\right) \leq \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_1, \frac{\lambda_1}{\mu}\right) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \mathrm{B}\left(s_2, \frac{\lambda_2}{\mu}\right).$$

Interpretieren Sie diese Formel im Kontext des folgenden Beispiels:

Computer können sich entweder per WLAN oder per Kabel mit einem Netzwerk verbinden. Neue Rechner kommen im WLAN als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_1 > 0$ und im kabelgebundenen Teil als Poisson-Prozess mit Parameter $\lambda_2 > 0$ an. Unabhängig von der Zugangsart bestehen Verbindungen eine $\mathrm{Exp}(\mu)$-verteilte Zeit lang, $\mu > 0$. Für alle Rechner stehen $N$ IP-Adressen zur Verfügung, die per DHCP verteilt werden. Ein Rechner kann über das Netzwerk nur kommunizieren, wenn noch eine IP-Adresse frei ist. Bei der Konfiguration des DHCP-Servers kann entweder

(i) ein einzelner Bereich mit $N$ Adressen eingerichtet werden, aus dem alle Rechner die IP-Adressen erhalten, oder

(ii) es können getrennte Bereiche mit $n_1$ Adressen für das WLAN und $n_2$ Adressen für den kabelgebundenen Bereich eingerichtet werden, wobei $n_1 + n_2 = N$.

Was ist aus Sicht der Gesamtblockierwahrscheinlichkeit besser?
Welche Einzel- und Gesamtblockierwahrscheinlichkeiten erhält man für $\lambda_1 = 3$ pro Minute und $\lambda_2 = 1$ pro Minute und eine mittlere Verbindungsdauer von 60 Minuten, wenn $n_1 = 192$ und $n_2 = 64$ gilt?

**Aufgabe 3.** Betrachten Sie ein $M/M/1/\infty$-System mit Ankunftsintensität $\lambda$ und Bedienintensität $\mu$, wobei die Auslastung $\rho = \frac{\lambda}{\mu} < 1$ sei. Der Ankunftsprozess ist per Definition ein Poisson-Prozess. Gilt dies auch für den Abgangsprozess? Charakterisieren Sie zur Klärung dieser Frage die Verteilung der Zeiten zwischen den einzelnen Abgängen, ggf. in Abhängigkeit vom Zustand des Systems. Kann man die gewonnenen Erkenntnisse auf $M/M/s/\infty$-Systeme bzw. $M/M/\infty$-Systeme übertragen?