

2. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Anke Schmeink, Fabian Altenbach, Martijn Arts, Christoph Schmitz

26.10.2012

Aufgabe 1. In einem Funknetz werden Datenpakete von vier verschiedenen Servern per Broadcast verteilt. Die Tabelle gibt den Anteil jedes Servers an dem gesamten Datenverkehr und den dabei auftretenden Verlust von Datenpaketen an.

Server	Anteil (%)	Verlust (%)
1	40	1
2	30	2
3	20	4
4	10	5

Die gesendeten Datenpakete werden von einem Client empfangen und an ein Programm weitergereicht. In diesem Programm ist eine Unterscheidung der Pakete hinsichtlich ihrer Herkunft von den einzelnen Servern nicht mehr möglich.

- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gesendetes Datenpaket vom Client nicht empfangen wird.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein gesendetes aber nicht empfangenes Datenpaket vom i -ten Server abgeschickt wurde.

Aufgabe 2. Zeigen Sie: Sind die beiden Ereignisse $A, B \in \mathfrak{A}$ stochastisch unabhängig, d.h. es gilt,

$$P(A \cap B) = P(A)P(B),$$

dann sind auch die komplementären Ereignisse $A^c, B^c \in \mathfrak{A}$ stochastisch unabhängig, d.h.,

$$P(A^c \cap B^c) = P(A^c)P(B^c).$$

Aufgabe 3. Gegeben sei eine binäre Quelle, welche Symbolsequenzen der Länge n sendet. Jede Sequenz $X = (X_1, \dots, X_n)$ nimmt dabei die Werte '0' oder '1' an. Die Auswahl der Symbole X_i geschieht zufällig und stochastisch unabhängig voneinander. Die Symbolwahrscheinlichkeiten sind gegeben durch $P(X_i = 0) = (1 - p)$ bzw. $P(X_i = 1) = p$, mit $0 < p < 1$.

- a) Es sei $Y = \sum_{i=1}^n X_i$ eine Zufallsvariable. Geben Sie die Zähldichte und den dazugehörigen Träger von Y an.
- b) Für den Rest der Aufgabe gilt $P(X_i = 0) = P(X_i = 1) = 1/2$. Skizzieren Sie die Zähldichte von Y für den Fall $n = 4$.
- c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Symbole eine '1' sind?
- d) Die Sequenzlänge wird jetzt auf $n = 10$ erhöht. Ein Empfänger erhält folgende Symbolsequenzen

$$X = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0), \quad Y = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1).$$

Welche Symbolsequenz stammt mit größerer Wahrscheinlichkeit von obiger Quelle?

Aufgabe 4. Eine seltene Stoffwechselerkrankung trete im Mittel in einem von 10000 Fällen auf. Eine Untersuchung von 30000 Menschen in der ländlichen Region Vorderzartingen ergab jedoch keinen einzigen Auftrittsfall dieser Krankheit. Gesundheitsexperten erklären dies durch gesundheitsfördernde Faktoren bedingt durch ländliches Leben, z.B. erhöhte körperliche Aktivität und weniger Stress im Alltag.

Eine vergleichbare Untersuchung in der ebenfalls ländlichen Region Obermeisingen zeigte bei der gleichen Anzahl von Untersuchungen ganze 6 Fälle, bei denen die Stoffwechselerkrankung auftrat. Andere Gesundheitsexperten halten eine schlechtere Ernährung und die geringere medizinische Versorgung auf dem Land für die Ursache.

Beziehen Sie Stellung zu den Standpunkten beider Gesundheitsexperten indem Sie eine alternative Erklärung für obigen Widerspruch anbieten.