

## 5. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Daniel Bielefeld

29.05.2008

**Aufgabe 1.** Im WLAN-Standard (802.11g) stehen dem Benutzer 27,83 MHz Übertragungsbandbreite pro Kanal zur Verfügung. Laut Standard kann ab einem SNR von 50 dB am Empfänger die maximale Bruttoübertragungsrate von 54 Mbit/s erzielt werden. Bestimmen Sie im Vergleich dazu die maximale theoretische Übertragungsrate über einen bandbegrenzten Gaußkanal bei gleicher SNR.

**Aufgabe 2.** Es seien  $\mathbf{A}$  und  $\mathbf{B}$  zwei hermitesche positiv definite  $n \times n$ -Matrizen. Zeigen Sie, daß gilt

$$\mathbf{A} > \mathbf{B} \text{ (d.h. } \mathbf{A} - \mathbf{B} > \mathbf{0}) \Rightarrow |\mathbf{A}| \geq |\mathbf{B}|.$$

( $\mathbf{A} - \mathbf{B} > \mathbf{0}$  ist eine Kurzschreibweise für “die Matrix  $\mathbf{A} - \mathbf{B}$  ist positiv definit”).

**Aufgabe 3.** Die stochastischen Prozesse  $\{Z_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$  und  $\{N_i\}_{i \in \mathbb{Z}}$  seien stochastisch unabhängig mit  $Z_i$  und  $N_i$  jeweils i.i.d.  $N(0, 1)$  verteilt. Ein zeitdiskreter Kanal sei gegeben durch

$$Y_i = X_i + Z_i + N_{\lfloor \frac{i}{2} \rfloor}, \quad i \in \mathbb{Z}.$$

Die Eingabe  $X_i$  unterliege der Leistungsbeschränkung  $E[X_i^2] \leq L = 1$ .

(a) Berechnen Sie die Kapazität des Kanals.

*Hinweis:* Stellen Sie den Kanal zunächst als einen parallelen Gaußkanal dar. Verwenden Sie dann die entsprechende Kapazitätsformel.

(b) Für welche Eingangsverteilung wird die Kapazität erreicht?