

### 3. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Meik Dörpinghaus, Daniel Bielefeld

28.04.2011

**Aufgabe 1.** Ein Übertragungssystem sei gegeben durch

$$Y = X + Z.$$

Die Eingabe  $X$  nehme die Werte  $x_1 = A$  und  $x_2 = -A$  jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $1/2$  an und für das Rauschen gelte  $Z \sim N(0, 1)$ . Zur Herleitung der Transinformation zwischen  $X$  und  $Y$  gehen Sie wie folgt vor.

a) Zeigen Sie

$$f_{Y|X}(y|X = x) = f_Z(y - x).$$

b) Zeigen Sie

$$H(Y|X) = H(Z).$$

c) Berechnen Sie  $f_Y$  in Abhängigkeit von  $f_Z$ .

d) Sei  $\varphi_i = f_Z(y - x_i)$ . Zeigen Sie

$$I(X; Y) = D \left( \varphi_1 \left\| \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varphi_i \right. \right).$$

**Aufgabe 2.** Sei  $Y = X + Z_1 + Z_2$  ein additiver Gaußkanal mit der Leistungsbeschränkung  $E(X^2) \leq L$  und den Rauschtermen  $Z_1 \sim N(0, \sigma_1^2)$  und  $Z_2 \sim N(0, \sigma_2^2)$ . Die Zufallsvariablen  $X$ ,  $Z_1$  und  $Z_2$  seien stochastisch unabhängig.

a) Wie groß ist die Kapazität des Kanals und für welche Eingangsverteilung wird sie erreicht?

b) Wie groß muss  $L$  mindestens sein, damit für die Rauschleistungen  $\sigma_1^2 = 2$  bzw.  $\sigma_2^2 = 3$  die Kapazität  $C = 1$  erreicht werden kann?