

8. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Martijn Arts, Niklas Koep, Christoph Schmitz

10.06.2015

Aufgabe 1. Betrachten Sie den komplexen MIMO-Kanal $\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z}$ mit Eingabe \mathbf{X} , fester Kanalmatrix

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 2 & 1 + i \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

und von der Eingabe stochastisch unabhängigem Rauschterm $\mathbf{Z} \sim \text{SCN}(\mathbf{0}, 7 \cdot \mathbf{I}_3)$. Für die Eingabe gelte eine Leistungsbeschränkung von $L = 12$, d.h. $E(\mathbf{X}^* \mathbf{X}) \leq L$. Verwenden Sie bei der Lösung dieser Aufgabe den natürlichen Logarithmus.

- Geben Sie die Anzahl der Sende- und Empfangsantennen an.
- Berechnen Sie die Kapazität des MIMO-Kanals.
- Finden Sie die Kovarianzmatrix \mathbf{Q} derjenigen Eingabeverteilung $\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\mathbf{0}, \mathbf{Q})$, mit der die Kanalkapazität erreicht wird.
- Die Leistungsbeschränkung wird jetzt auf $L = 3$ reduziert. Wie groß ist nun die Kanalkapazität, und mit welcher Eingabeverteilung wird sie erreicht?

Aufgabe 2. Gegeben sei ein MIMO-Kanal mit einer Empfangsantenne, drei Sendeantennen und Leistungsbeschränkung $L = 20$. Für die additive Störung gelte $\mathbf{Z} \sim \text{SCN}(0, 42)$. Die Pfadgewinne seien $h_{11} = 5$, $h_{12} = 1$ und $h_{13} = 4$.

Berechnen Sie die Kapazität des Kanals und die kapazitätserreichende Eingangsverteilung.