5. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Georg Böcherer
25.5.2009

Aufgabe 1. Betrachten Sie einen homogenen Markov-Prozess $\{X_t\}_{t\geq 0}$ mit Zustandsraum $\mathcal{S} = \{1, 2\}$ und Intensitätsmatrix

$$\boldsymbol{Q} = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda \\ \mu & -\mu \end{pmatrix},$$

wobei $\lambda, \mu \geq 0$ und $\lambda + \mu > 0$.

a) Bestimmen Sie $\boldsymbol{\Pi}(t)$.

b) Berechnen Sie mit dem Ergebnis aus a) die Wahrscheinlichkeiten

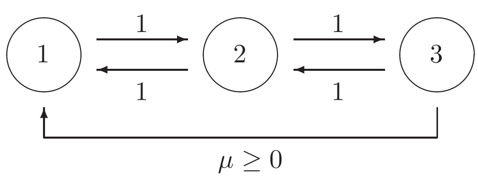
$$P(X_t = 2|X_0 = 1, X_{3t} = 1) \quad \text{und} \quad P(X_t = 2|X_0 = 1, X_{3t} = 1, X_{4t} = 1).$$

c) Geben Sie den Intensitätsgraphen des Markov-Prozesses und den Übergangsgraphen der eingebetteten Markov-Kette an.

d) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses.

e) Was kann man über das asymptotische Verhalten der eingebetteten Markov-Kette sagen?

Aufgabe 2. Betrachten Sie den Markov-Prozess, der durch folgenden Intensitätsgraphen beschrieben wird:



a) Geben Sie die Intensitätsmatrix des zugehörigen Markov-Prozesses an und berechnen Sie die stationäre Verteilung.

b) Geben Sie für die eingebettete Markov-Kette des obigen Prozesses den Übergangsgraphen und die Übergangsmatrix an.

c) Berechnen Sie die stationäre Verteilung der eingebetteten Markov-Kette und geben Sie die Verteilung der Verweilzeiten in den einzelnen Zuständen an.