5. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Gernot Fabeck

16.11.0001

Aufgabe 1. Die Zufallsvariable X sei standardnormalverteilt. Bestimmen Sie die Dichtefunktion der Zufallsvariablen $Y = e^X$.

Aufgabe 2. Die Zufallsvariablen S_1, S_2, S_3 seien stochastisch unabhängig und identisch Exp(λ)-verteilt, $\lambda > 0$. Der Zufallsvektor $\boldsymbol{Y} = (Y_1, Y_2, Y_3)'$ sei definiert durch

$$(Y_1, Y_2, Y_3)' = (S_1 + S_2, S_2 + S_3, S_1 + S_3)'.$$

Berechnen Sie die gemeinsame Dichte von $(Y_1, Y_2, Y_3)'$.

Aufgabe 3.

(a) Der Zufallsvektor $(X, Y)'$ sei 2-dimensional normalverteilt. Zeigen sie, dass X und Y jeweils 1-dimensional normalverteilt sind.

(b) Gilt auch die Umkehrung? Betrachten Sie hierfür das folgende Beispiel: Die Zufallsvariablen U und W seien unabhängig und standardnormalverteilt. Sei $V = |W|\mathrm{Sgn}(U)$, wobei

$$\mathrm{Sgn}(U) = \begin{cases} 1, & U \geq 0 \\ -1, & \text{sonst} \end{cases}$$

- Zeigen Sie, dass U und V jeweils normalverteilt sind.
- Ist $(U, V)'$ 2-dimensional normalverteilt?
  Tipp: Skizzieren Sie die gemeinsame Dichte $f_{U,V}(u, v)$.