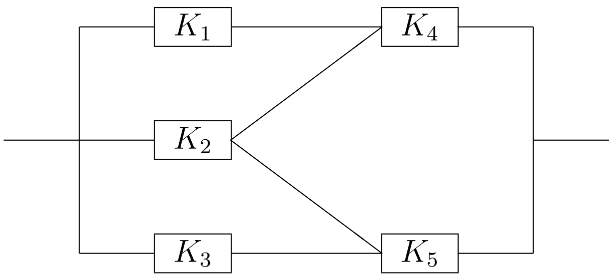
# 2. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz, Ehsan Zandi

24.10.2013

**Aufgabe 1.** Man betrachte ein Netzwerk aus 5 Komponenten (siehe Abbildung). Jede der Komponenten $K_1, \ldots, K_5$ ist mit Wahrscheinlichkeiten $P(K_1) = 0.9$, $P(K_2) = 0.8$, $P(K_3) = 0.9$, $P(K_4) = 0.7$, $P(K_5) = 0.7$ intakt. Die Ereignisse, dass einzelne Komponenten ausfallen, seien stochastisch unabhängig. Das gesamte System ist intakt, wenn mindestens ein Pfad intakt ist. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das System intakt ist.



**Aufgabe 2.** Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zufallsvariablen $X$ für

**a)** $X \sim \text{Poi}(\lambda), \lambda > 0$,
**Hinweis:** Die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion lautet $e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^k}{k!}$, wobei $0! = 1$ gilt.

**b)** $X \sim \text{Geo}(p), p \in (0, 1]$,

**c)** $X \sim \text{Exp}(\lambda), \lambda > 0$.
$X$ ist *exponentialverteilt* (*exponentially distributed*), d.h.

$$f_X(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}.$$

**d)** $X \sim \text{N}(\mu, \sigma^2), \mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$.
$X$ ist *normalverteilt* (*normally distributed oder Gaussian distributed*), d.h.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Hinweis: Benutzen Sie $\int_{-\infty}^{\infty} y^2 e^{-y^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

**Aufgabe 3.** Es sei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+$ eine durch

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2(1-x), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

gegebene Funktion.

**a)** Bestimmen Sie $\alpha \in \mathbb{R}$ so, dass $f$ Dichte einer absolut-stetigen Zufallsvariablen $X$ ist.

**b)** Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_X$ von $X$.

**c)** Berechnen Sie $P\left(X \leq \frac{1}{2}\right)$ und $P(X \leq E(X))$. ($E(X) = 3/5$.)